

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I/II • EXAMINATION – SUMMER- 2017

Subject Code: 3320002**Date: 14 - 06 -2017****Subject Name: Advanced Mathematics (Group I)****Time: 10:30 AM TO 01:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પૂરો.

14

1. $i + i^2 + i^3 + i^4 =$ _____
 (a) 1 (b) 0 (c) $-i$ (d) i
૧. $i + i^2 + i^3 + i^4 =$ _____
 (અ) 1 (બ) 0 (ક) $-i$ (ડ) i
2. If $z = 5 - 2i$ then $\bar{z} =$ _____
 (a) $-5 + 2i$ (b) $-5 - 2i$ (c) $5 + 2i$ (d) none of these
૨. જો $z = 5 - 2i$ હોય તો $\bar{z} =$ _____
 (અ) $-5 + 2i$ (બ) $-5 - 2i$ (ક) $5 + 2i$ (ડ) એક પણ નહીં
3. If $z_1 = 2 + 2i$ and $z_2 = -3 - 2i$ then $|z_1 + z_2| =$ _____
 (a) 1 (b) 5 (c) 0 (d) $\sqrt{5}$
૩. જો $z_1 = 2 + 2i$ અને $z_2 = -3 - 2i$ હોય તો $|z_1 + z_2| =$ _____
 (અ) 1 (બ) 5 (ક) 0 (ડ) $\sqrt{5}$
4. If $z = 1 - i\sqrt{3}$, then $\arg(z) =$ _____
 (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $-\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $-\frac{\pi}{3}$
૪. જો $z = 1 - i\sqrt{3}$, હોય તો $\arg(z) =$ _____
 (અ) $\frac{\pi}{6}$ (બ) $-\frac{\pi}{6}$ (ક) $\frac{\pi}{3}$ (ડ) $-\frac{\pi}{3}$
5. If $f(x) = \cos x$, then $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) =$ _____

- (a) $\cos x$ (b) $\sin x$ (c) $-\cos x$ (d) $-\sin x$

૫. જો $f(x) = \cos x$ હોય તો $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (અ) $\cos x$ (બ) $\sin x$ (ક) $-\cos x$ (ડ) $-\sin x$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3n + 5}{2n^2 + 4n - 3} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 0 (b) 6 (c) ∞ (d) 3

૭. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3n + 5}{2n^2 + 4n - 3} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (અ) 0 (બ) 6 (ક) ∞ (ડ) 3

7. If $y = 5^x$ then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) 5^x (b) $x 5^{x-1}$ (c) $5^x \log_e 5$ (d) $5^x \log_5 e$

૭. જો $y = 5^x$ હોય તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (અ) 5^x (બ) $x 5^{x-1}$ (ક) $5^x \log_e 5$ (ડ) $5^x \log_5 e$

8. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) 0 (c) -1 (d) 1

૮. $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (અ) $\frac{\pi}{2}$ (બ) 0 (ક) -1 (ડ) 1

9. If $y = \log \sin x$, then $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $\log \cos x$ (b) $\cot x$ (c) $\tan x$ (d) $\frac{1}{\sin x}$

૯. જો $y = \log \sin x$, હોય તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

- (અ) $\log \cos x$ (બ) $\cot x$ (ક) $\tan x$ (ડ) $\frac{1}{\sin x}$

10. For any function $f(x)$ is maximum, at $x = a$, then necessary condition is _____

- (a) $f''(a) > 0$ (b) $f''(a) < 0$ (c) $f''(a) = 0$ (d) none of these

૧૦. $x = a$, આગળ વિધેય $f(x)$ મહત્તમ છે માટે, પર્યાપ્ત શરત _____ છે

- (અ) $f''(a) > 0$ (બ) $f''(a) < 0$ (ક) $f''(a) = 0$ (ડ) એકપણ નહીં

11. $\int \cot x \, dx = \underline{\hspace{2cm}} + c.$

- (a) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $\log \sin x$ (c) $\tan x$ (d) $\log \cos x$

૧૧. $\int \cot x \, dx = \underline{\hspace{2cm}} + c$

- (અ) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (બ) $\log \sin x$ (ક) $\tan x$ (ડ) $\log \cos x$

12. $\int e^x (\sin x + \cos x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

- (a) $e^x \sin x + c$ (b) $e^x \cos x + c$ (c) $e^x (\cos x - \sin x) + c$
(d) $e^x (\cos x + \sin x) dx + c$

૧૨. $\int e^x (\sin x + \cos x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$
 (અ) $e^x \sin x + c$ (બ) $e^x \cos x + c$ (ક) $e^x (\cos x - \sin x) + c$
 (ડ) $e^x (\cos x + \sin x) dx + c$

13. The order of differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + \sin y = 0$
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 6

૧૩. વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + \sin y = 0$ ની કક્ષા _____ છે.
 (અ) 1 (બ) 2 (ક) 3 (ડ) 6

14. The degree of differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$
 (a) 4 (b) 6 (c) 3 (d) 1

૧૪. વિકલ સમીકરણ $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$ નું પરીમાણ _____ છે
 (અ) 4 (બ) 6 (ક) 3 (ડ) 1

.Q.2 (a) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Find the value of x and y from the equation, where $x, y \in R$
 $(3x - 7) + 2iy = 5y + (5 + x)i$

૧. આપેલી સમીકરણ $(3x - 7) + 2iy = 5y + (5 + x)i$ માંથી x અને y ની કીમતો મેળવો, જ્યાં $x, y \in R$.

2. Find the inverse of complex number $\frac{2+3i}{4-3i}$

૨. $\frac{2+3i}{4-3i}$ ની વ્યસ્ત સંકર સંખ્યા મેળવો.

3. Prove that, $(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$

૩. સાબિત કરો કે, $(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$

(b) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$, then prove that $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

૧. જો $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

2. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$

૨. કિંમત શોધો $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$

3. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
3. કિંમત શોધો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- Q.3 (a) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો. 06
1. If $y = \log(\sec x + \tan x)$, then find $\frac{dy}{dx}$
૧. જો $y = \log(\sec x + \tan x)$ હોય, તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.
2. If $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$, then find $\frac{dy}{dx}$
૨. જો $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ હોય, તો $\frac{dy}{dx}$ મેળવો
3. Differentiate with respect to x , $y = (\sin x)^x$
૩. $y = (\sin x)^x$ નું x પ્રત્યે વિકલિત મેળવો
- (b) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો 08
1. If $x = a(\theta + \sin \theta)$ and $y = a(1 - \cos \theta)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \tan \frac{\theta}{2}$
૧. જો $x = a(\theta + \sin \theta)$ અને $y = a(1 - \cos \theta)$ હોય, તો સાબિત કરો કે $\frac{dy}{dx} = \tan \frac{\theta}{2}$
2. If $y = e^{\tan^{-1} x}$, then prove that $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - 1) \frac{dy}{dx} = 0$
૨. જો $y = e^{\tan^{-1} x}$, હોય તો સાબિત કરો કે $(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (2x - 1) \frac{dy}{dx} = 0$
3. The equation of motion of a particle is $s = t^3 - 6t^2 + 9t$, find the acceleration at $t=3$, Also find t and s when acceleration becomes zero.
૩. જો $s = t^3 - 6t^2 + 9t$, હોય તો $t=3$, આગળ પ્રવેગ શોધો. પ્રવેગ શૂન્ય બને ત્યારે t અને s શોધો.
- Q.4 (a) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો 06
1. Evaluate $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$
૧. કિંમત શોધો. $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$
2. Evaluate $\int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$
૨. કિંમત શોધો. $\int \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx$
3. Evaluate $\int x^3 \log x dx$
૩. કિંમત શોધો $\int x^3 \log x dx$

(b) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો

08

1. Evaluate $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

૧. કિંમત શોધો. $\int \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} dx$

2. Prove that $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$

૨. સાબિત કરો કે $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{4}$

3. Find area bounded by the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$

૩. પરવલયો $y^2 = 4ax$ અને $x^2 = 4ay$ થી સિમિત પ્રદેશ નું ક્ષેત્રફળ મેળવો.

Q.5 (a) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો

06

1. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$

૧. કિંમત શોધો : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{2x}$

2. Solve the differential equation $y(1+e^x)dy = (y+1)e^x dx$

૨. વિકલ સમીકરણ $(1+e^x)dy = (y+1)e^x dx$ નો ઉકેલ શોધો.

3. solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$

૩. વિકલ સમીકરણ $x \frac{dy}{dx} = y + x \cos^2 \frac{y}{x}$ નો ઉકેલ શોધો.

(b) Attempt any TWO કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો

08

1. solve: $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$

૧. ઉકેલો: $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = \cos x$

2. solve : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \log x^2$

૨. ઉકેલો: $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \log x^2$

3. solve: $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$

૩. ઉકેલો: $\left(1 + e^{\frac{x}{y}}\right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$
