

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –II • EXAMINATION – Winter- 2015

Subject Code: 3320003

Date: 28/12/2015

Subject Name: Advanced Mathematics (Group-2)

Time: 2:30PM TO 5:00PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt ALL questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible. (Scientific/Higher Version not allowed)
5. English version is authentic.

- Q.1** Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**
- 1 $d[(3,2),(-1,1)] = \dots\dots\dots$
(a) $\sqrt{17}$ (b) $\sqrt{71}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) 4
 - 2 The slope of a line $(\cos \alpha)x + (\sin \alpha)y = 5$ is $\dots\dots\dots$
(a) $\tan \alpha$ (b) $\cot \alpha$ (c) $-\tan \alpha$ (d) $-\cot \alpha$
 - 3 The center of a circle $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ is $\dots\dots\dots$
(a) $(-2,1)$ (b) $(2,1)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(-2,-1)$
 - 4 The radius of a circle $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ is $\dots\dots\dots$
(a) 4 (b) 6 (c) 2 (d) 3
 - 5 If $f(x) = \log_3 x$ then $f(1) = \dots\dots\dots$
(a) 1 (b) 11 (c) 3 (d) 0
 - 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \dots\dots\dots$
(a) 0 (b) $\tan x$ (c) x (d) 1
 - 7 If $y = 1,00,000$, then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$
(a) 1 (b) 10000 (c) 100000 (d) 0
 - 8 If $y = \tan x$, then $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$
(a) $\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (c) $\sec^2 x$ (d) $-\sec^2 x$
 - 9 If $y = e^x + 4$, then $\frac{d^2 y}{dx^2} = \dots\dots\dots$
(a) e^x (b) e^{2x} (c) e^{x^2} (d) e^{-x}
 - 10 $\frac{d}{dx}(x^2 + 2^x + 2^2) = \dots\dots\dots$

- (a) 1 (b) $2x+2^x+2^2$ (c) $2x+2^x \log 2$ (d) 0
- 11 $\int \cos x dx = \dots\dots\dots + c$
 (a) $\cos x$ (b) $-\cos x$ (c) $\sin x$ (d) $-\sin x$
- 12 Area covered by the curve $x^2 + y^2 = 9$ is
 (a) 9π (b) 4π (c) 81π (d) 9
- 13 The mean of observations 19, 15, 28, 34, 27, 21, 14, 24, 6, 2 is
 (a) 1.9 (b) 91 (c) 19 (d) 9.1
- 14 The mean and median of 50 observations are 25 and 20 respectively then the mode is
 (a) 25 (b) 20 (c) 100 (d) 10
- Q.2** (a) Attempt any two **06**
 1. Prove that the triangle ABC is right angled triangle where $A(3, -1)$, $B(6, 2)$ and $C(-2, 4)$.
 2. Find the equation of straight line passing through the points $(-2, 5)$ and $(1, 6)$.
 3. Find m if the radius of a circle $x^2 + y^2 - 4x - 8y + m = 0$ is 4 unit.
- (b) Attempt any two **08**
 1. If $f(x) = e^x$, then prove that
 (i) $f(x) \cdot f(y) = f(x+y)$ and (ii) $f(x) \div f(y) = f(x-y)$
 2. Find $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$.
 3. Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan x}{x^3}$.
- Q.3** (a) Attempt any two **06**
 1. For $y = \frac{\sin x}{x}$, find $\frac{dy}{dx}$.
 2. Find $\frac{dy}{dx}$ for $y = \log[\cos(2x)]$.
 3. Find $\frac{dy}{dx}$, where $y = x^x$.
- (b) Attempt any two **08**
 1. For $x = at^2$, $y = 2at$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$.
 2. If $y = e^{2x}$ then prove that, $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$.
 3. The equation of a motion of a particle is $s = t^3 - 5t^2 + 3t + 1$. Find the velocity at $t=0$ and acceleration at $t=1$.
- Q.4** (a) Attempt any two **06**
 1. Evaluate $\int \left(\frac{2x^2 - 3x - 11}{x} \right) dx$.

2. Evaluate $\int x \cos x dx$.

3. Evaluate $\int_1^3 (x^2 + x + 1) dx$

(b) Attempt any two

08

1. Evaluate $\int \frac{dx}{2+3 \cos x}$.

2. Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\tan x}{\tan x + \cot x} dx = \frac{\pi}{4}$.

3. Find the area of region bounded by the curves $y = x^2$ and $y = x$.

Q.5

(a) Attempt any two

06

1. Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 7n^2 + 5n - 1}{8n^3 + 7n^2 - 4n + 1}$.

2. The frequency distribution of the age of 60 staff members of a college is as bellow. Find the mean.

Age (Year)	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
No. of staff	5	7	9	11	10	8	6	4

3. Find mode using the given information.

Class	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
frequency	3	5	7	11	2	2

(b) Attempt any two

08

1. The distribution table of marks obtained out of 50 is as under. Find median.

Marks obtained	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
No of Students	5	8	12	8	7

2. The mean of the following distribution table is 20. Find the missing frequencies.

x	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	Total
f	6	a	17	b	8	60

3. Find the standard deviation from following data.

Class	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
Frequency	12	38	42	23	5

સુચનાઓ:

1. દરેક પ્રશ્નોનો ઉત્તર આપો.
2. જ્યાં જરૂરી હોય તે યોગ્ય ધારણા કરો.
3. જમણી બાજુના આંકડા સંપૂર્ણ ગુણ સૂચવે છે.
4. સરળ કેલક્યુલેટર ઉપયોગ કરવાની પરવાનગી છે. (વૈજ્ઞાનિક /ઉચ્ચ આવૃત્તિની પરવાનગી નથી)
5. અંગ્રેજી ભાષાંતર મૂળભૂત આધાર છે.

Q.1 યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો.

14

- 1 $d[(3,2),(-1,1)] = \dots\dots\dots$
(b) $\sqrt{17}$ (b) $\sqrt{71}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) 4
- 2 સુરેખા $(\cos \alpha)x + (\sin \alpha)y = 5$ નો ઢાળ $\dots\dots\dots$ છે.
(b) $\tan \alpha$ (b) $\cot \alpha$ (c) $-\tan \alpha$ (d) $-\cot \alpha$
- 3 વર્તુળ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$ નું કેન્દ્ર $\dots\dots\dots$ છે.
(b) $(-2,1)$ (b) $(2,1)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(-2,-1)$
- 4 વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ ની ત્રિજ્યા $\dots\dots\dots$ એકમ થાય.
(b) 4 (b) 6 (c) 2 (d) 3
- 5 જો $f(x) = \log_3 x$ હોય,તો $f(1) = \dots\dots\dots$
(b) 1 (b) 11 (c) 3 (d) 0
- 6 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \dots\dots\dots$
(b) 0 (b) $\tan x$ (c) x (d) 1
- 7 જો $y = 1,00,000$ હોય,તો $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$
(a) 1 (b) 10000 (c) 100000 (d) 0
- 8 જો $y = \tan x$ હોય,તો $\frac{dy}{dx} = \dots\dots\dots$
(a) $\operatorname{cosec}^2 x$ (b) $-\operatorname{cosec}^2 x$ (c) $\sec^2 x$ (d) $-\sec^2 x$
- 9 જો $y = e^x + 4$ હોય,તો $\frac{d^2 y}{dx^2} = \dots\dots\dots$
(a) e^x (b) e^{2x} (c) e^{x^2} (d) e^{-x}
- 10 $\frac{d}{dx}(x^2 + 2^x + 2^2) = \dots\dots\dots$
(a) 1 (b) $2x + 2^x + 2^2$ (c) $2x + 2^x \log 2$ (d) 0
- 11 $\int \cos x dx = \dots\dots\dots + c$
(a) $\cos x$ (b) $-\cos x$ (c) $\sin x$ (d) $-\sin x$

- 12 વક્ર $x^2 + y^2 = 9$ દ્વારા ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ થાય.
 (a) 9π (b) 4π (c) 81π (d) 9
- 13 અવલોકનો 19, 15, 28, 34, 27, 21, 14, 24, 6, 2 નો મધ્યક છે.
 (a) 1.9 (b) 91 (c) 19 (d) 9.1
- 14 50 અવલોકનોનો મધ્યક તથા મધ્યસ્થ અનુક્રમે 25 તથા 20 હોય, તો તેનો બહુલક.....થાય.
 (a) 25 (b) 20 (c) 100 (d) 10

Q.2 (a) કોઈ પણ બે ગણો. **06**

- સાબિત કરો કે ત્રિકોણ ABC કાટકોણ ત્રિકોણ છે. જ્યાં $A(3, -1)$, $B(6, 2)$ તથા $C(-2, 4)$.
- બિંદુઓ $(-2, 5)$ અને $(1, 6)$ માંથી પસાર થતી સુરેખા નું સમીકરણ મેળવો.
- જો વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x - 8y + m = 0$ ની ત્રિજ્યા 4 એકમ હોય, તો m મેળવો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

- જો $f(x) = e^x$ હોય, તો સાબિત કરો કે
 (i) $f(x) \cdot f(y) = f(x + y)$ અને (ii) $f(x) \div f(y) = f(x - y)$
- લક્ષ મેળવો $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - x - 2}$.
- લક્ષ મેળવો $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan x}{x^3}$.

Q.3 (a) કોઈ પણ બે ગણો. **06**

- જો $y = \frac{\sin x}{x}$ હોય, તો $\frac{d^2 y}{dx^2}$ મેળવો.
- $\frac{dy}{dx}$ મેળવો. જ્યાં $y = \log[\cos(2x)]$.
- $y = x^x$ માટે $\frac{dy}{dx}$ મેળવો.

(b) કોઈ પણ બે ગણો. **08**

- જો $x = at^2$, $y = 2at$ હોય, તો $\frac{d^2 y}{dx^2}$ મેળવો.
- જો $y = e^{2x}$ હોય, તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0$.
- એક કણની ગતિનું સમીકરણ $s = t^3 - 5t^2 + 3t + 1$ છે. $t=0$ આગળ કાનનો વેગ તથા $t=1$ આગળ કાનનો પ્રવેગ શોધો.

Q.4 (a) કોઈ પણ બે ગણો.

06

1. મૂલ્ય શોધો $\int \left(\frac{2x^2 - 3x - 11}{x} \right) dx$.
2. મૂલ્ય શોધો $\int x \cos x dx$.
3. મૂલ્ય શોધો $\int_1^3 (x^2 + x + 1) dx$

(b) કોઈ પણ બે ગણો.

08

1. મૂલ્ય શોધો $\int \frac{dx}{2 + 3 \cos x}$.
2. સાબિત કરો કે $\int_0^{\pi/2} \frac{\tan x}{\tan x + \cot x} dx = \frac{\pi}{4}$.
3. વક્રો $y = x^2$ અને $y = x$ દ્વારા ઘેરાયેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

Q.5 (a) કોઈ પણ બે ગણો.

06

1. મૂલ્ય શોધો $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 7n^2 + 5n - 1}{8n^3 + 7n^2 - 4n + 1}$.
2. એક કોલેજના 60 કર્મચારી ગણની ઉંમરનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે. માહિતી પરથી મધ્યક શોધો.

ઉંમર વર્ષમાં	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59
કર્મચારી ગણ	5	7	9	11	10	8	6	4

3. નીચે આપેલ માહિતી પરથી બહુલક શોધો.

વર્ગ	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99
આવૃત્તિ	3	5	7	11	2	2

(b) કોઈ પણ બે ગણો.

08

1. 50 ગુણ માંથી મેળવેલ ગુણનું આવૃત્તિ વિતરણ નીચે મુજબ છે. મધ્યસ્થ શોધો.

મેળવેલ ગુણ	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	5	8	12	8	7

2. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણનો મધ્યક 20 . છેબુતી આવૃત્તિઓ શોધો.

x	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	Total
f	6	a	17	b	8	60

3. નીચે દર્શાવેલ માહિતી પરથી પ્રમાણિત વિચલન શોધો.

વર્ગ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
આવૃત્તિ	12	38	42	23	5
